b) $f(\alpha)=2\cos^2\alpha+\cos\alpha-1$ or $\varphi(\alpha)=0 \Rightarrow 1+4\cos\alpha=0 \Rightarrow$ $\cos\alpha=-\frac{1}{4}$ d'où $f(\alpha)=2(-\frac{1}{4})^2-\frac{1}{4}-1=-\frac{9}{8}$.

c) f est définie, continue et dérivable sur $[0,\pi]$ et $\forall x\in[0,\pi]$, $f'(x)=-\sin x\cdot\varphi(x)$ or sur $[0,\pi]$, $\sin x\geq 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $-\varphi(x)$ d'où le tableau des variations de f:

x	0		α		π
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	2	↘	$-\frac{9}{8}$	↗	0

Solution 9 :

1°/

$$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x}+2x}{x}=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x}(1+2\sqrt{x})}{\sqrt{x}^2}=\lim_{x\to0^+}\frac{1+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=+\infty$$

donc f n'est pas dérivable à droite en 0, et par conséquent la courbe de f admet une demi tangente verticale au point d'abscisse 0.

2°/ f est définie, continue et dérivable sur $\mathbf{R}_+$ et $\forall x\in\mathbf{R}_+$,

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+2>0$$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$

3°/ f est continue et strictement croissante sur $\mathbf{R}_+$ donc f réalise une bijection de $\mathbf{R}_+$ sur $f(\mathbf{R}_+)=[1,+\infty[$.

4°/ $f^{-1}:[1,+\infty[\to\mathbf{R}_+$

$$x\mapsto f^{-1}(x)=y$$

$f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x \Leftrightarrow \sqrt{y}+2y+1=x$.

Posons $t=\sqrt{y} \Rightarrow$ l'équation devient : $2t^2+t+1-x=0$